Demande constante sans coût de pénurie

Modèles déterministes de gestion des stocks

1. Cas d'une demande constante sans coût de pénurie

Dans ce cas, nous utilisons la formule de Wilson pure. Soient :

- D : demande ou consommation pendant une période donnée λ
- CL : coût de passation d'une commande
- CS : coût unitaire de stockage
- Q: quantité optimale à commander
- N : nombre de commandes $= \frac{D}{Q}$

CT : coût total d'approvisionnement

T : rythme d'approvisionnement

Nous nous intéressons au calcul de trois grandeurs : quantité économique, rythme d'approvisionnement et coût optimal d'approvisionnement.

1.1. Quantité économique

Le coût total se présente comme suit : $CT = CL^* \frac{D}{Q} + CS^* \frac{Q}{2}$. En dérivant par rapport à Q et en annulant le résultat, nous obtenons

$$= -\frac{CLD}{Q^2} + \frac{CS}{2} = 0 \rightarrow 2CLD = Q^2CS \rightarrow Q^2 = \frac{2CLD}{CS} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{2CLD}{CS}}$$

Demande constante sans coût de penurie

1.2. Rythme d'approvisionnement (T)

$$T=\frac{\lambda}{\frac{D}{Q}}=\frac{\lambda Q}{D}\ ;\ \text{Si}\ \lambda=1,\ T=\frac{Q}{D}$$

1.3. Coût optimal d'approvisionnement (COP)

$$D=\frac{Q^2CS}{2CL}\rightarrow COP=\frac{CL*Q^2CS}{2CL*Q}+\frac{CS*Q}{2}=CS*Q$$

$$=CS*\sqrt{\frac{2CLD}{CS}}=\sqrt{\frac{CS^2*2CLD}{CS}}=\sqrt{2CLCSD}$$

TD

I- Durant les mois de juin, juillet, août et septembre les statistiques des ventes d'une entreprise révèlent une consommation globale de 7320 unités. Chaque approvisionnement occasionne 19,20 dh de frais. Par ailleurs, le coût journalier unitaire de stockage est de 0,04 dh. Durant la période s'étalant de juin à septembre, l'entreprise a pu s'organiser de telle sorte qu'elle n'y ait aucun jour de fermeture.

Questions

1- Déterminez la quantité optimale à commander
2- Déterminez le rythme optimal d'approvisionnement
3- Déterminez le coût optimal de la commande
4- Etudiez la sensibilité du coût de la commande par rapport à une variation de 10% de la quantité optimale de la commande

Corrigé du TD

1. Quantité économique

*Durée de la période d'approvisionnement :

Juin : 30j
Juillet : 31j
Août : 31j
<u>Septembre : 30 j</u>
Total : 122 j

*CS = 0.04*122= 4,88 DH

$$Q = \sqrt{\frac{2*CL*D}{CS}} = \sqrt{\frac{2*19,2*7320}{4,88}} = 240 \text{ unités}$$

2. Rythme d'approvisionnement

$$\frac{\lambda * Q}{D} = \frac{122*240}{7320} = 4 \text{ jours}$$

3. Coût total optimal

$$\sqrt{2*CL*CS*D} = \sqrt{2*192*488*7320} = 1171.2 \text{ DH}$$

$$= CS*Q = 4.88*240 = 1171.2 \text{ DH}$$

$$= CL*\frac{D}{Q} + CS*\frac{Q}{2} = 19.2*\frac{7320}{240} + 4.88*\frac{240}{2} = 1171.2 \text{ DH}$$

4. Etude de sensibilité

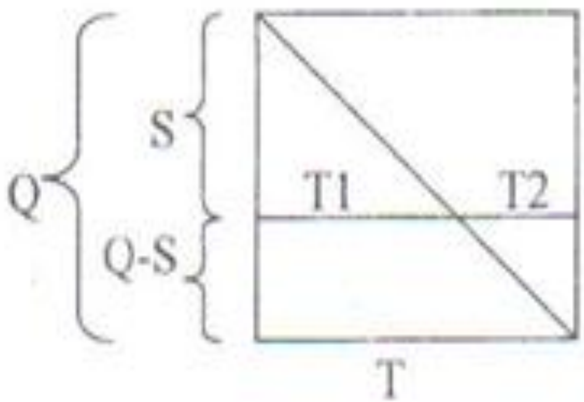
Variation en plus 240+240*10%=240*1.1=264
Variation en moins 240-240*10%=240*0.9=216
CT(264)=19.2*(7320÷264)+4.88*(264÷2)= 1176,524
CT(216)=50*(6100÷90) +61*(90÷2)= 1177,707
CT moyen=(1176,524+1177,707)/2= 1177,115
Sensibilité en %=((1177.115-1171.2)/1171.2)*100=0.5%

Demande constante avec coûts de pénurie

2- Cas d'une demande constante avec coût de pénurie

Dans ce cas, nous admettons une pénurie et nous lui affectons un coût CP par unité de temps. A la fin de chaque temps, il est lancé une commande destinée à satisfaire la demande différée de (Q-S) et de reconstituer le stock S.

Le modèle mathématique de la gestion des stocks sera modifié et sa représentation graphique sera la suivante :

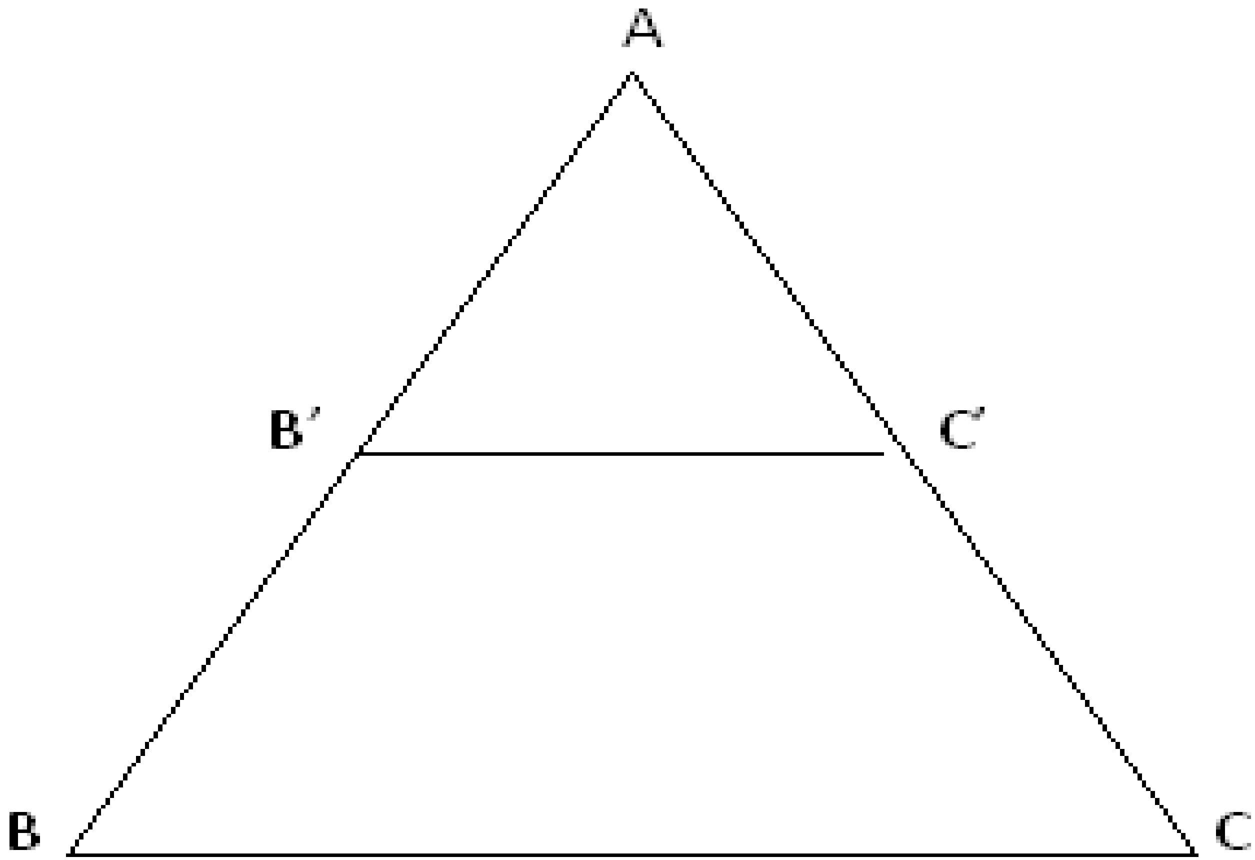


T : période séparant deux approvisionnements ;

T1 : période de T où le stock est suffisant pour faire face à la demande ;

T2 : période de T où il y a pénurie de (Q-S) et la demande est différée sur la prochaine commande.

Demande constante avec coûts de pénurie



$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Demande constante avec coûts de pénurie

En lisant la figure ci-dessous et par référence aux propriétés des triangles homothétiques, il est possible d'écrire les égalités suivantes : $\frac{T1}{T} = \frac{S}{Q}$ et $\frac{T2}{T} = \frac{Q-S}{Q}$. A partir de ces équations, il est réalisable de dégager les valeurs de T1 et de T2. Ainsi, $T1 = \frac{T*S}{Q}$ et $T2 = \frac{T(Q-S)}{Q}$

Ces relations nous permettent de calculer les coûts des composants d'une commande :

- Coût moyen de stockage $= \frac{S}{2} * T1 * CS$
- Coût moyen de pénurie $= \frac{(Q-S)}{2} * T2 * CP$
- Coût moyen du lancement d'une commande = CL

Demande constante avec coûts de pénurie

Pour déterminer le coût moyen total, il faut multiplier la somme des coûts moyens par le nombre de commandes, soit $\frac{D}{Q}$ ou $\frac{1}{T}$ .Ainsi, le coût moyen total se présente comme suit :

Coût moyen total $= (\frac{S}{2} * T1 * CS + \frac{(Q-S)}{2} * T2 * CP + CL) * \frac{1}{T}$. En remplaçant T1 et T2 par leurs valeurs, nous aurons Coût moyen total $= (\frac{S^2 * T}{2Q} * CS + \frac{T(Q-S)^2}{2Q} * CP + CL) * \frac{1}{T}$

$$= (\frac{S^2}{2Q} * CS + \frac{(Q^2 + S^2 - 2SQ)}{2Q} * CP + \frac{CL}{T}) \quad = \frac{S^2}{2Q} * CS + \frac{Q^2 + S^2 - 2SQ}{2Q} * CP + \frac{CL * D}{Q}$$

Demande constante avec coûts de pénurie

2.1. Stock de service

En dérivant par rapport à S et en annulant la dérivée, nous aurons $S = Q^* \frac{CP}{CS+CP}$.

Il est alors possible d'écrire : $\frac{S}{Q} = \frac{CP}{CS+CP}$; $\frac{CP}{CS+CP}$ gagne à être appelé taux de service.

2.2. Quantité économique

En dérivant par rapport à Q et en annulant la dérivée, nous aurons

$$Q = \sqrt{\frac{2*CL*D}{CS}} * \sqrt{\frac{CS+CP}{CP}}$$

2.3. Rythme d'approvisionnement

Il est possible de déterminer T en le remplaçant par sa valeur, soit $\frac{Q}{D}$. Ainsi, T $= \sqrt{\frac{2*CL}{CS*D}} * \sqrt{\frac{CS+CP}{CP}}$.

2.4. Coût moyen total d'approvisionnement

En remplaçant dans la fonction du coût moyen total S et Q et T par leurs valeurs, nous aurons : coût moyen total $= \sqrt{2*CS*CL*D} * \sqrt{\frac{CP}{CS+CP}}$

TD

II- Un fabricant d'accessoires pour automobiles reçoit une commande de 120000 tableaux de bord à livrer sur un an. Le coût unitaire journalier de stockage est de 3,50 dh alors que le coût de passation de la commande est de 300000 dh. Par ailleurs, la carence de pénurie est pénalisée par un coût unitaire journalier de 35 dh.

Questions

1- Déterminez la quantité économique
2- Déterminez le stock de service
3- Déterminez le rythme optimal d'approvisionnement
4- Déterminez le coût optimal de la commande

Corrigé du TD

1. quantité économique

$$Q = \sqrt{\frac{2 * CL * D}{CS}} * \sqrt{\frac{CS + CP}{CP}} = \sqrt{\frac{2 * 300000 * 120000}{3,5 * 360}} * \sqrt{\frac{3,5 + 35}{35}} = 7928,25 \text{ unités}$$

2. Stock de service

$$S = Q * \frac{CP}{CS + CP} == 7928.25 * \frac{35}{3,5 + 35} = 7207,50 \text{unités}$$

3. Rythme optimal d'approvisionnement

$$\frac{\lambda * Q}{D} = \frac{360 * 7928,25}{120000} = 23,78 \text{ jours} \approx 24 \text{ jours}$$

$$\sqrt{\frac{2 * CL}{CS * D}} * \sqrt{\frac{CS + CP}{CP}} = \sqrt{\frac{2 * 300000}{3,5 * 360 * 120000}} * \sqrt{\frac{3.5 + 35}{35}} = 0.06606875 \text{ année} \approx 24 \text{ jours}$$

4. Coût total optimal

$$\sqrt{2 * CS * CL * D} * \sqrt{\frac{CP}{CS + CP}} = \sqrt{2 * 3,5 * 360 * 300000 * 120000} * \sqrt{\frac{35}{3,5 + 35}} =$$

9081449.62 DH = ≈90814450 DH