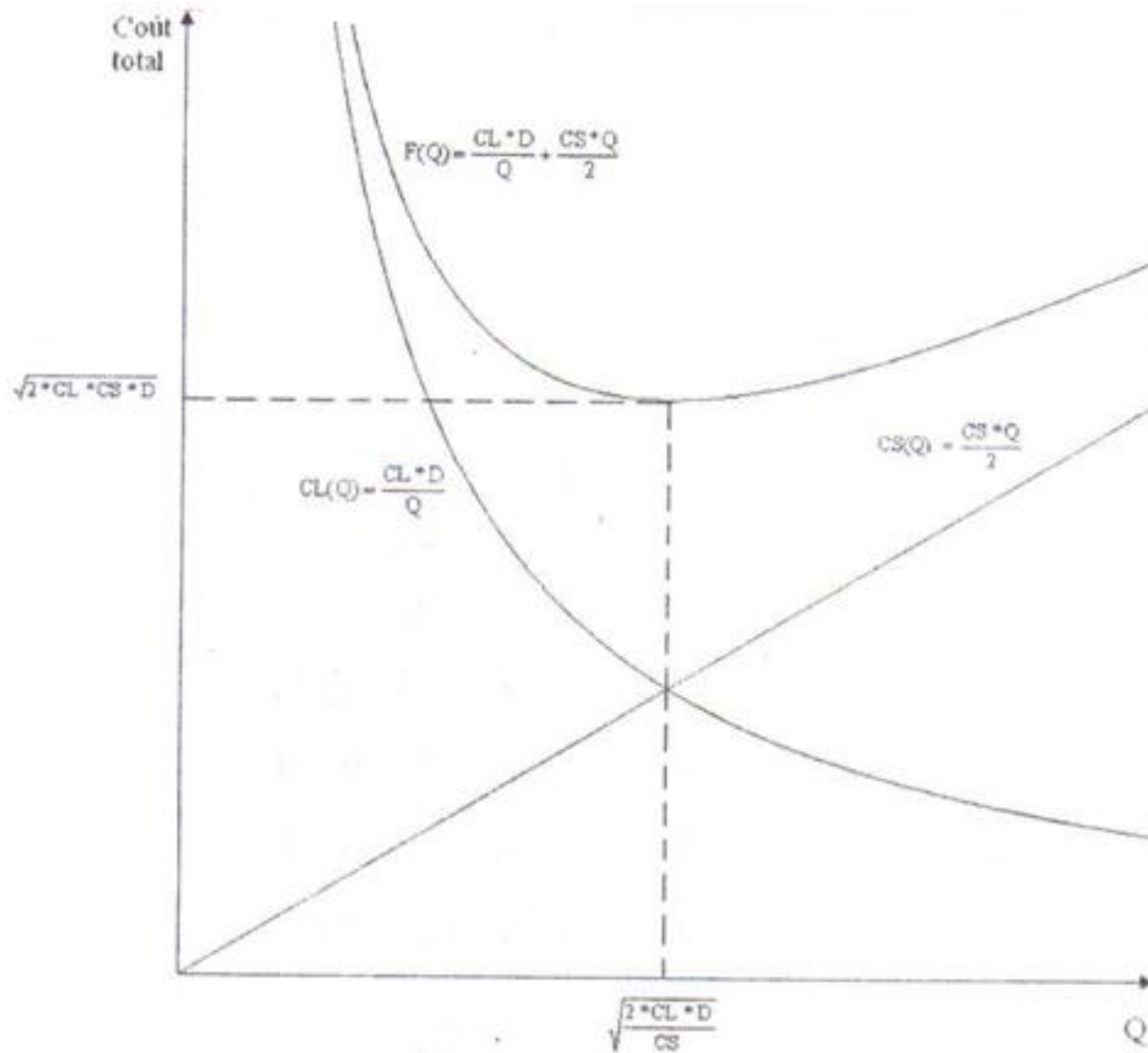


# Formule e de Wilson: Synthèse



# Formule de Wilson: synthèse

L'inexistence de solution (non rencontre des fonctions  $CL(Q)$  et  $CS(Q)$ ) correspond notamment à la situation suivante :  $CL(Q) \neq 0$  et  $CS(Q)=0$  ou  $Q = 0$ .  $CS(Q)=0 \Rightarrow \begin{cases} CS = 0 \\ Q = 0 \end{cases}$ . La solution la plus plausible est  $CS=0$  ; ce qui correspond à une situation de gestion partagée avec les fournisseurs et de juste à temps idéal

La formule de Wilson pure se base sur les quatre hypothèses suivantes :

- Constance de la demande (régularité, invariabilité et prévisibilité) ;
- Proportionnalité des coûts d'achat et de stockage par rapport à la quantité achetée ;
- Absence de contraintes ;
- Absence de pénurie et de rupture des stocks.

Au niveau de la première hypothèse, il est possible de dépasser l'invariabilité de la quantité économique au travers de la gestion des stocks par périodes constantes. Dans ce cas, les quantités sont variables et les rythmes d'approvisionnement sont constants.

# Application

## Exercice 1

Une entreprise exerce son activité d'approvisionnement du premier janvier au 30 juin. Durant cette période, elle s'organise de telle sorte qu'elle n'y ait aucun jour non ouvrable. Les statistiques des approvisionnements révèlent les consommations suivantes

Période	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	juin
Consommation en unités	800	1200	1800	2400	1000	800

Chaque approvisionnement occasionne 100 dhs de frais. Par ailleurs, le prix unitaire d'achat est de 4dhs et le taux de possession des stocks sur la période est de 10% ; stock initial : 500 unités ; délai d'approvisionnement 10 jours .

### Question :

Calculez les quantités économiques variables selon un rythme d'approvisionnement constant en établissant le calendrier des livraisons et des commandes

## Exercice 2

Selon la formule de Wilson pure, la fonction du coût total se présente comme suit :

$$CT = \frac{140544}{Q} + 2,44 * Q.$$

### Questions :

- 1- Déterminez la quantité économique et le coût optimal relatif à cette quantité
- 2- Déterminez le coût moyen sur l'intervalle constitué à partir d'une variation de 20% autour de la quantité économique

# Corrigé de l'exercice 1

$$\text{Quantité économique fixe} = \sqrt{\frac{2 \cdot CL \cdot C}{CS}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 8000}{4 \cdot 0,4}} = 2000 \text{ unités}$$

$$\text{Nombre de commandes} = \frac{C}{Q} = \frac{8000}{2000} = 4$$

$T = \lambda \cdot \frac{Q}{C} = 181 \cdot \frac{2000}{8000} = 45,25$ . Pour simplifier le calcul, nous considérons que les 3 premières commandes ont un T de 45 et la quatrième commande un T de 46.

$$\text{Date de la première livraison} : \frac{S}{C} \cdot \lambda = \frac{500}{800} \cdot 31 = 19,375 \text{ jours} \approx 20 \text{ janvier}$$

Période	C	S	Q variable	Date de livraison	Date de commande
Janvier	800	500	$= 800 \cdot 11/31 + 1200 \cdot 28/28 + 1800 \cdot 6/31 = 1832,258$	20 Janvier	10 janvier
Février	1200	1532,258	0		24 Février
Mars	1800	332,258	$= 1800 \cdot 25/31 + 2400 \cdot 20/30 = 3051,613$	6 Mars	
Avril	2400	1583,871	$= 2400 \cdot 10/30 + 1000 \cdot 31/31 + 800 \cdot 4/30 = 1906,667$	20 Avril	10 Avril
Mai	1000	1090,538	0		25 Mai
Juin	800	90,538	$= 800 \cdot 26/30 + 800 \cdot 20/31 = 1209,462$	4 juin	
		500			
Total	8000		8000		

# Corrigé de l'exercice 2

1. Quantité économique

$$CT = \frac{140544}{Q} + 2,44 * Q$$

$$\frac{dCT}{dQ} = \frac{-140544}{Q^2} + 2,44 = 0$$

$$\frac{-140544}{Q^2} = -2,44$$

$$Q = \sqrt{\frac{140544}{2,44}} = 240$$

$$\frac{140544}{Q} = 2,44 Q$$

$$2,44 Q^2 = 140544$$

$$Q^2 = \frac{140544}{2,44} ; Q = 240$$

2. Coût moyen autour d'une variation de 20% de la quantité économique

$$20\% \text{ de moins} = 240 * 0,8 = 192$$

$$20\% \text{ de plus} = 240 * 1,2 = 288$$

Le coût moyen :

$$\frac{1}{288 - 192} \int_{192}^{288} \left( \frac{140544}{Q} + 2,44 Q \right) = \frac{1}{288 - 192} \left( \int_{192}^{288} \frac{140544}{Q} + \int_{192}^{288} 2,44 Q \right)$$

$$= \frac{140544}{96} \int_{192}^{288} \frac{1}{Q} + \frac{2,44}{96} \int_{192}^{288} Q$$

$$= \frac{140544}{96} [\ln(288) - \ln(192)] + \frac{2,44}{96} \left( \frac{288^2}{2} - \frac{192^2}{2} \right) = 1172,79$$