Polycopié de solutions du contrôle de gestion

Corrigé du TD n°1 en contrôle de gestion

I-

n=16 ; m*=m'=5000 ; σ*=σ'=SQR(99856)=316 ; I= [m*-zσ*; m*+zσ*]; la population mère étant normalement distribuée, on utilise soit une loi normale, soit une loi de Student.

1.

1.1. σ (écart type de la population mère) est connu (320) → on utilise alors une loi normale

-Calcul de Z

* Selon table de la fonction de répartition

Z→ $\frac{2-\alpha}{2} = \frac{2-0,05}{2}$ =0,975 ; alors Z =1,96

* Selon table de l'écart réduit

Z→α ; alors Z =1,96

-Calcul de σ* ; σ*= $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{320}{\sqrt{16}}$ =80

- Calcul de I ; I=[m*-zσ*; m*+zσ*]= I=[5000-1,96*80; 5000+1,96*80]= [4843,2;5156,8]

1.2. σ n'est pas connu et n<30 ; alors on utilise une loi de Student.

- Calcul de z ; Z→ $\begin{cases} \alpha=0,05 \\ \nu=n-1=16-1=15 \end{cases}$ = 2,131

-Calcul de σ* ; σ*= $\frac{\sigma'}{\sqrt{n-1}} = \frac{316}{\sqrt{15}}$ =81,6

- Calcul de I ; I=[m*-zσ*; m*+zσ*]= I=[5000-2,131*81,6; 5000+2,131*81,6]= [4826,11;5173,89]

2.

n=81 ; m*=m'=5000 ; σ'=SQR(99856)=316 ; n>30 on utilise alors une loi normale

Z=1,96 ; σ*= $\frac{\sigma'}{\sqrt{n}} = \frac{316}{\sqrt{81}}$ =35,11 ;

I= [5000-1,96*35,11; 5000+1,96*35,11]= [4931,18 ;5068,82]

II

n=28 ; m*=m'=3600 ; σ*=σ'=105

1. σ n'est pas connu; n<30 et la population mère est normalement distribuée; on utilise alors une loi de Student.

- Calcul de z ; Z→ $\begin{cases} \alpha=0,01 \\ \nu=28-1=27 \end{cases}$ = 2,771

1.1. N=800 ; taux de sondage = $\frac{28}{800}*100$ =3,5% ; alors c'est un échantillon non-exhaustif

σ*= $\frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{105}{\sqrt{27}}$ =20,21

I = [3600-2,771*20,21; 3600+2,771*20,21]= [3544 ; 3656]

1.2. N=500 ; taux de sondage = $\frac{28}{500}*100$=5,6% ; alors c'est un échantillon exhaustif

$\sigma^*=\frac{\sigma'}{\sqrt{n-1}}*\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\frac{105}{\sqrt{27}}*\sqrt{\frac{500-28}{500-1}}$ =19,65

I = [3600-2,771*19,65; 3600+2,771*19,65]= [3545,55 ; 3654,45]

2. la population mère n'est pas normalement distribuée; on utilise alors l'inégalité de Tchebychev.

$P(|x-m|<\lambda\sigma)\geq 1-\frac{1}{\lambda^2}$ =0,99 → λ=10

$\sigma^*=\frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}=\frac{105}{\sqrt{27}}$ =20,21

$|x-m|<\lambda\sigma \rightarrow -\lambda\sigma<x-m<\lambda\sigma$; ajoutons m aux trois membres, on aura : $m-\lambda\sigma<x<m+\lambda\sigma$

$\lambda\sigma$ = 10*20,21=202,1

3600-202,1<x<3600+202,1 → I = [3398,9 ; 3802,1]

3. L'intervalle obtenu par l'inégalité de Tchebychev est plus large

III

N=36 ; F=0.04 ; N=300

-Calcul de Z

* Selon table de la fonction de répartition

Z→1-α=0,96 ; 0,9599<0,96<0,9608 → 1,75<z<1,76 ; l'interpolation linéaire donne le résultat suivant : Z= 1,751

* Selon table de l'écart réduit

Z→2α=2*0,04=0,08 ; alors Z =1,751

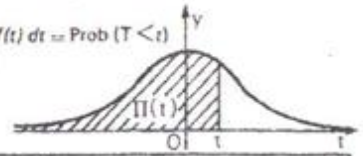
Taux de sondage = $\frac{36}{300}*100$=12% ; alors c'est un échantillon exhaustif.

$\sigma^*=\sqrt{\frac{F(1-F)}{n}}*\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\sqrt{\frac{0,04*0,96}{36}}*\sqrt{\frac{300-36}{300-1}}$ =0,031

I=F+Z σ*=0,04+1,751*0,031=0,094 =9,4%.

LOI NORMALE (répartition)

Probabilité cumulée $\Pi(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)\,dt = \text{Prob}\,(T < t)$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 6	0,995 4	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

CAS DES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

NOTA. – La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour $t > 0$. Si t est négatif on prend le complément à l'unité de la valeur lue dans la table

$$\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$$

TABLE DE L'ECART-REDUIT

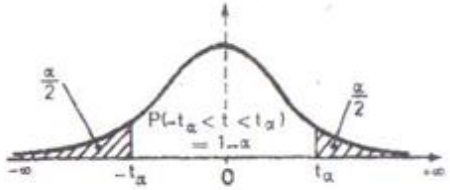
(Loi Normale)

La table donne la probabilité α extérieure à l'intervalle $(-t_\alpha, t_\alpha)$

Si t est l'écart réduit on a :

$$\alpha = P(t < -t_\alpha) + P(t > t_\alpha) = 2\,P(t < -t_\alpha) = 2\,P(t > t_\alpha)$$

(en raison de la symétrie)



α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

La probabilité α s'obtient en ajoutant les nombres inscrits en marge.

Exemples : Pour $t_\alpha = 1{,}96$ la probabilité est $\alpha = 0{,}00 + 0{,}05 = 0{,}05$

Pour $t_\alpha = 0{,}994 \approx 1$, la probabilité est $\alpha = 0{,}30 + 0{,}02 = 0{,}32$

Table pour les petites valeurs de la probabilité α :

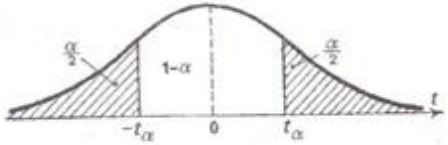
α	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
t_α	3,29053	3,89059	4,41717	4,89164	5,32672	5,73073	6,10941

VII. TABLE DE DISTRIBUTION DE t

(Loi de Student-Fisher)

La table donne, en fonction du nombre de degrés de liberté ν, la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t_α

$$1 - \alpha = \Pr\{-t_\alpha < t < +t_\alpha\}.$$



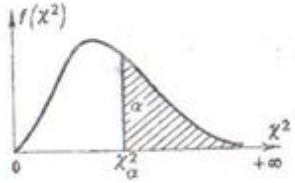
ν \ α	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
> 30	0,125 66	0,253 35	0,385 32	0,524 40	0,674 49	0,841 62	1,036 43	1,281 55	1,644 85	1,959 96	2,326 34	2,575 82

VIII. TABLE DE DISTRIBUTION DE χ^2

(Loi de K. Pearson)

La table donne la probabilité α, en fonction du nombre de degrés de liberté ν, pour que χ^2 égale ou dépasse une valeur donnée χ^2_α.

$$\alpha = \Pr\{\chi^2 \geqslant \chi^2_\alpha\}.$$



ν \ α	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010
1	0,031 6	0,039 8	0,023 9	0,015 8	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,60	5,99	7,38	9,21
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,1	13,28
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,8	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,0	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,0	18,47
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,5	20,09
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,0	21,66
10	2,56	3,25	3,94	4,86	15,99	18,31	20,5	23,21
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,9	24,72
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,3	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,7	27,69
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,1	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,5	30,58
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,8	32,00
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,2	33,41
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,5	34,80
19	7,63	8,91	10,1	11,65	27,20	30,14	32,9	36,19
20	8,26	9,59	10,9	12,44	28,41	31,41	34,2	37,57
21	8,90	10,3	11,6	13,24	29,61	32,67	35,5	38,93
22	9,54	11,0	12,3	14,04	30,81	33,92	36,8	40,29
23	10,2	11,7	13,1	14,85	32,01	35,17	38,1	41,64
24	10,9	12,4	13,8	15,66	33,20	36,41	39,4	42,98
25	11,5	13,1	14,6	16,47	34,38	37,65	40,6	44,31
26	12,2	13,8	15,4	17,29	35,56	38,88	41,9	45,64
27	12,9	14,6	16,2	18,11	36,74	40,11	43,2	46,96
28	13,6	15,3	16,9	18,94	37,92	41,34	44,5	48,28
29	14,3	16,0	17,7	19,77	39,09	42,56	45,7	49,59
30	15,0	16,8	18,5	20,60	40,26	43,77	47,0	50,89

Quand ν est supérieur à 30, on utilise la table de la loi normale (table de l'écart réduit) avec

$$t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}.$$

Corrigé du TD n°2 en contrôle de gestion

I. Prévisions selon moyenne mobiles et lissage exponentiel

1. Prévision selon moyennes mobiles

1.1. Moyennes mobiles simples avec longueur =3

Période	Xt	St
1	14200	
2	13650	
3	14000	
4	13900	13950
5	14500	13850
6	13395	14133,33
7		**13931,67**

1.2. Moyennes mobiles doubles avec longueur =3

Période	Xt	St	S't	a	b
1	14200			13891,67	-40
2	13650				
3	14000				
4	13900	13950			
5	14500	13850			
6	13395	14133,33	13977,78		
7		13931,67	13971,67		

Période	h	a	b	Y=a+b*h
Période 7	1	13891,67	-40	13851,67
Période 8	2	13891,67	-40	13811,67
Période 9	3	13891,67	-40	13771,67

2. Prévision selon lissage exponentiel

2.1. Lissage exponentiel simple avec α=0,2

- Calcul de S_0

S_0=14200*0,2+13650*0,2*0,8+14000**0,2*0,8^2+13900*0,2*0,8^3+14500*0,2*0,8^4+13395*0,8^5= 13816,47

- Calcul de St = α Xt+ St (1- α)

Période	Xt	St
1	14200	13816,47
2	13650	=0,2*14200+0,8*13816,47=13893,18
3	14000	=0,2*13650+0,8*13893,18=13844,54
4	13900	=0,2*14000+0,8*13844,54=13875,63
5	14500	=0,2*13900+0,8*13875,63=13880,51
6	13395	=0,2*14500+0,8*13880,51=14004,41
7		=0,2*13395+0,8*14004,41=13882,52

2.2. Lissage exponentiel double avec α=0,2

- Calcul de S_0

S_0=13816,47*0,2+13893,18*0,2*0,8+13844,54*0,2*0,8^2+13875,63*0,2*0,8^3+13880,51*0,2*0,8^4+ 14004,41*0,2*0,8^5+13882,52*0,8^6 **= 13873,27**

- Calcul de S'_{t+1} ; $S'_{t+1} = \alpha S_{t+1} + S'(1-\alpha)$

Période	Xt	St	S't
1	14200	13816,47	13873,27
2	13650	13893,18	13877,25
3	14000	13844,54	13870,71
4	13900	13875,63	13871,70
5	14500	13880,51	13873,46
6	13395	14004,41	13899,65
7		13882,52	13896,22

- Calcul de a et b

$a=2\,S'_{t+1} - S_{t+1}$ =2*13882,52-13896,22 = 13868,82

$b=(S_{t+1} - S'_{t+1})*\frac{\alpha}{1-\alpha}$ =(13882,52-13896,22)* $\frac{0,2}{1-0.2}$

- Prévisions pour les périodes 7, 8 et 9 :

Période	a	h	b*h	Y=a+b*h
7	13868,82	1	-3,42	13865,40
8	13868,82	2	-6,84	13861,98
9	13868,82	3	-10,26	13858,56

II. Prévisions selon régression multiple

période	y	x1	x2
1	30	2	6
2	22	1	3
3	29	6	2
4	35	4	5
5	25	3	3
6	40	2	8
7	24	6	1
8	21	2	2
9	32	7	2
10	15	1	1
Total	273	34	33

Y=y-E(y)	X1=x1-E(x1)	X2=x2-E(x2)
2,7	-1,4	2,7
-5,3	-2,4	-0,3
1,7	2,6	-1,3
7,7	0,6	1,7
-2,3	-0,4	-0,3
12,7	-1,4	4,7
-3,3	2,6	-2,3
-6,3	-1,4	-1,3
4,7	3,6	-1,3
-12,3	-2,4	-2,3
0	0	0

YX1	YX2	X1X2	X1X1	X2X2
-3,78	7,29	-3,78	1,96	7,29
12,72	1,59	0,72	5,76	0,09
4,42	-2,21	-3,38	6,76	1,69
4,62	13,09	1,02	0,36	2,89
0,92	0,69	0,12	0,16	0,09
-17,78	59,69	-6,58	1,96	22,09
-8,58	7,59	-5,98	6,76	5,29
8,82	8,19	1,82	1,96	1,69
16,92	-6,11	-4,68	12,96	1,69
29,52	28,29	5,52	5,76	5,29
47,8	118,1	-15,2	44,4	48,1

Système d'équation

$$\begin{cases} 44,4a1-15,2a2 = 47,8 \\ -15,2 + 48,1a2 = 118,1 \end{cases}$$

a1= 2,15	
a2=3,13	
c=E(y)-2,15E(x1)-3,13E(x2)=9,65	

Prévisions

Période	DP	DPC	Prévision
11	8	2	33,11
12	7	5	40,35

Corrigé du TD n° 3 en contrôle de gestion

Exercice I

1. Saisonnalité de l'activité

Trimestres/années	Trimestre1	Trimestre2	Trimestre3	Trimestre 4
2008	230	224	320	290
2009	202	221	280	300
Moyenne	= (230+202)/2 =216	= (224+221)/2 =222,5	= (320+280)/2 =300	= (290+300)/2 =295

Moyenne générale = (230+224+320+290+202+221+280+300)/8 = 258,375

SQR = $\sum_{ij}(y_{ij} - \overline{y_i})^2$ = $(230-216)^2+(202-216)^2+(224-222,5)^2+(221-222,5)^2+(320-300)^2+(280-300)^2$ $+(290-295)^2+(300-290)^2$ = 1246,5

SQE = $\sum_{i}^{k} n_i(\overline{y_i} - \overline{y})^2$ $=2*(216-258,375)^2+2*(222,5-258,375)^2+2*(300-258,375)^2+$ $2*(295-258,375)^2$ = 12313,375

$VE = \frac{SQE}{k-1} = \frac{12313,375}{(4-1)} = 4104,458$; $VR = \frac{SQR}{n-k} = \frac{1246,5}{(8-4)} = 311,625$; $FC = \frac{VE}{VR} = \frac{4104,458}{311,625} = 13,17$

$FT_{(0,95)} = \left\{ \begin{array}{l} \nu1=k-1= 4-1 =3 \\ \nu2=n-k=8-4=4 \end{array} \right\} = 6,59$ FC> $FT_{(0,95)}$ ⇒ **activité saisonnière**

2. Coefficients saisonniers à partir d'un modèle multiplicatif, y = T*S*R

***Calcul de la tendance T**

La tendance se calcule selon le modèle endogène de régression simple, soit à partir du système d'équations suivant : $\begin{cases} a\sum t^2 + b\sum t = \sum yt \\ a\sum t + n*b = \sum y \end{cases}$

	Période (t)	Vente (y)	t^2	yt
	1	230	1	230
	2	224	4	448
	3	320	9	960
	4	290	16	1160
	5	202	25	1010
	6	221	36	1326
	7	280	49	1960
	8	300	64	2400
Total	36	2067	204	9494

Le système d'équation se pose comme suit : $\begin{cases} 204a + 36b = 9494 \\ 36a + 8b = 2067 \end{cases}$

La résolution de ce système donne les valeurs suivantes : a = 4,583 ; b=237,75

$\hat{y}$ = 4,583 t+237,75. A partir de cette équation, les valeurs de $\hat{y}$ sont les suivantes :

Période	T = $\hat{y}$	Période	T = $\hat{y}$
1	242,333	5	260,665
2	246,916	6	265,248
3	251,499	7	269,831
4	256,082	8	274,414

*** Calcul de S*R**

Si nous divisons y par (ŷ, nous trouvons S*R :

Période (t)	Vente (y)	ŷ =T	y/ ŷ = S*R
1	230	242,333	0,949
2	224	246,916	0,907
3	320	251,499	1,272
4	290	256,082	1,132
5	202	260,665	0,775
6	221	265,248	0,833
7	280	269,831	1,038
8	300	274,414	1,093

*** Calcul des coefficients saisonniers**

Pour se débarrasser du facteur résiduel (R) et calculer les facteurs saisonniers (S), il y a lieu de lisser les valeurs à travers la moyenne

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre	Total
2008	0,949	0,907	1,272	1,132	
2009	0,775	0,833	1,038	1,093	
Moyenne (coefficients saisonniers)	**0,862**	**0,870**	**1,155**	**1,113**	**4**

3. Prévisions

*** Désaisonalisation des valeurs**

Période	Vente	Coefficient saisonnier	Vente Désaisonnalisée
1	230	0,862	266,821
2	224	0,87	257,471
3	320	1,155	277,056
4	290	1,113	260,557
5	202	0,862	234,339
6	221	0,87	254,023
7	280	1,155	242,424
8	300	1,113	269,542

*** Prévision à partir des valeurs désaisonnalisées selon modèle endogène de régression simple.** D'après le système d'équation suivant : $\begin{cases} \sum yt = a\sum t^2 + b\sum t \\ \sum y = a\sum t + n * b \end{cases}$, nous trouverons les valeurs de a et b et du modèle comme suit :

a	-1,803
b	265,895
y	-1,803 t+265,895

*** Prévisions définitives** (Résaisonnalisation des valeurs)

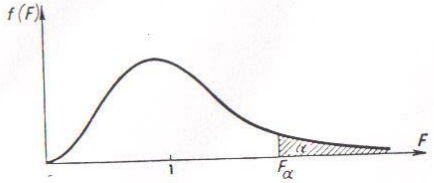
Période	Prévision désaisonnalisée	Coefficient saisonnier	Prévision résaisonnalisée
9	249,668 (1)	0,862	215,214
10	247,865	0,87	215,643
11	246,062	1,155	284,202
12	244,259	1,113	271,860

(1) = -1,803*9+265,895

IX. TABLE DU F DE BEHRENS-FISHER-SNEDECOR

La table donne, en fonction des degrés de liberté ν_1 et ν_2, la valeur de F_α ayant la probabilité α d'être dépassée :

$$\alpha = \Pr\{F \geqslant F_\alpha\}, \qquad \text{avec} \qquad F = \frac{s_1^2}{s_2^2}.$$



La variance s_1^2 est *nécessairement* plus grande que la variance s_2^2.

ν_2 \ ν_1	1		2		3		4		5	
	$\alpha=0{,}05$	$\alpha=0{,}01$	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
1	161,4	4 052	199,5	4 999	215,7	5 403	224,8	5 625	230,2	5 764
2	18,51	98,49	19,00	99,00	19,16	99,17	19,25	99,25	19,30	99,30
3	10,13	34,12	9,55	30,81	9,28	29,46	9,12	28,71	9,01	28,24
4	7,71	21,20	6,94	18,00	6,59	16,69	6,39	15,98	6,26	15,52
5	6,61	16,26	5,79	13,27	5,41	12,06	5,19	11,39	5,05	10,97
6	5,99	13,74	5,14	10,91	4,76	9,78	4,53	9,15	4,39	8,75
7	5,59	12,25	4,74	9,55	4,35	8,45	4,12	7,85	3,97	7,45
8	5,32	11,26	4,46	8,65	4,07	7,59	3,84	7,01	3,69	6,63
9	5,12	10,56	4,26	8,02	3,86	6,99	3,63	6,42	3,48	6,06
10	4,96	10,04	4,10	7,56	3,71	6,55	3,48	5,99	3,33	5,64
11	4,84	9,65	3,98	7,20	3,59	6,22	3,36	5,67	3,20	5,32
12	4,75	9,33	3,88	6,93	3,49	5,95	3,26	5,41	3,11	5,06
13	4,67	9,07	3,80	6,70	3,41	5,74	3,18	5,20	3,02	4,86
14	4,60	8,86	3,74	6,51	3,34	5,56	3,11	5,03	2,96	4,69
15	4,54	8,68	3,68	6,36	3,29	5,42	3,06	4,89	2,90	4,56
16	4,49	8,53	3,63	6,23	3,24	5,29	3,01	4,77	2,85	4,44
17	4,45	8,40	3,59	6,11	3,20	5,18	2,96	4,67	2,81	4,34
18	4,41	8,28	3,55	6,01	3,16	5,09	2,93	4,58	2,77	4,25
19	4,38	8,18	3,52	5,93	3,13	5,01	2,90	4,50	2,74	4,17
20	4,35	8,10	3,49	5,85	3,10	4,94	2,87	4,43	2,71	4,10
21	4,32	8,02	3,47	5,78	3,07	4,87	2,84	4,37	2,68	4,04
22	4,30	7,94	3,44	5,72	3,05	4,82	2,82	4,31	2,66	3,99
23	4,28	7,88	3,42	5,66	3,03	4,76	2,80	4,26	2,64	3,94
24	4,26	7,82	3,40	5,61	3,01	4,72	2,78	4,22	2,62	3,90
25	4,24	7,77	3,38	5,57	2,99	4,68	2,76	4,18	2,60	3,86
26	4,22	7,72	3,37	5,53	2,98	4,64	2,74	4,14	2,59	3,82
27	4,21	7,68	3,35	5,49	2,96	4,60	2,73	4,11	2,57	3,78
28	4,20	7,64	3,34	5,45	2,95	4,57	2,71	4,07	2,56	3,75
29	4,18	7,60	3,33	5,42	2,93	4,54	2,70	4,04	2,54	3,73
30	4,17	7,56	3,32	5,39	2,92	4,51	2,69	4,02	2,53	3,70
40	4,08	7,31	3,23	5,18	2,84	4,31	2,61	3,83	2,45	3,51
60	4,00	7,08	3,15	4,98	2,76	4,13	2,52	3,65	2,37	3,34
120	3,92	6,85	3,07	4,79	2,68	3,95	2,45	3,48	2,29	3,17
∞	3,84	6,64	2,99	4,60	2,60	3,78	2,37	3,32	2,21	3,02

X. TABLE DU F DE BEHRENS-FISHER-SNEDECOR

ν_2 \ ν_1	6		8		12		24		∞	
	$\alpha=0{,}05$	$\alpha=0{,}01$	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
1	234,0	5 859	238,9	5 981	243,9	6 106	249,0	6 234	254,3	6 366
2	19,33	99,33	19,37	99,36	19,41	99,42	19,45	99,46	19,50	99,50
3	8,94	27,91	8,84	27,49	8,74	27,05	8,64	26,60	8,53	26,12
4	6,16	15,21	6,04	14,80	5,91	14,37	5,77	13,93	5,63	13,46
5	4,95	10,67	4,82	10,27	4,68	9,89	4,53	9,47	4,36	9,02
6	4,28	8,47	4,15	8,10	4,00	7,72	3,84	7,31	3,67	6,88
7	3,87	7,19	3,73	6,84	3,57	6,47	3,41	6,07	3,23	5,65
8	3,58	6,37	3,44	6,03	3,28	5,67	3,12	5,28	2,93	4,86
9	3,37	5,80	3,23	5,47	3,07	5,11	2,90	4,73	2,71	4,31
10	3,22	5,39	3,07	5,06	2,91	4,71	2,74	4,33	2,54	3,91
11	3,09	5,07	2,95	4,74	2,79	4,40	2,61	4,02	2,40	3,60
12	3,00	4,82	2,85	4,50	2,69	4,16	2,50	3,78	2,30	3,36
13	2,92	4,62	2,77	4,30	2,60	3,96	2,42	3,59	2,21	3,16
14	2,85	4,46	2,70	4,14	2,53	3,80	2,35	3,43	2,13	3,00
15	2,79	4,32	2,64	4,00	2,48	3,67	2,29	3,29	2,07	2,87
16	2,74	4,20	2,59	3,89	2,42	3,55	2,24	3,18	2,01	2,75
17	2,70	4,10	2,55	3,79	2,38	3,45	2,19	3,08	1,96	2,65
18	2,66	4,01	2,51	3,71	2,34	3,37	2,15	3,00	1,92	2,57
19	2,63	3,94	2,48	3,63	2,31	3,30	2,11	2,92	1,88	2,49
20	2,60	3,87	2,45	3,56	2,28	3,23	2,08	2,86	1,84	2,42
21	2,57	3,81	2,42	3,51	2,25	3,17	2,05	2,80	1,81	2,36
22	2,55	3,76	2,40	2,45	2,23	3,12	2,03	2,75	1,78	2,31
23	2,53	3,71	2,38	3,41	2,20	3,07	2,00	2,70	1,76	2,26
24	2,51	3,67	2,36	3,36	2,18	3,03	1,98	2,66	1,73	2,21
25	2,49	3,63	2,34	3,32	2,16	2,99	1,96	2,62	1,71	2,17
26	2,47	3,59	2,32	3,29	2,15	2,96	1,95	2,58	1,69	2,13
27	2,46	3,56	2,30	3,26	2,13	2,93	1,93	2,55	1,67	2,10
28	2,44	3,53	2,29	3,23	2,12	2,90	1,91	2,52	1,65	2,06
29	2,43	3,50	2,28	3,20	2,10	2,87	1,90	2,49	1,64	2,03
30	2,42	3,47	2,27	3,17	2,09	2,84	1,89	2,47	1,62	2,01
40	2,34	3,29	2,18	2,99	2,00	2,66	1,79	2,29	1,51	1,80
60	2,25	3,12	2,10	2,82	1,92	2,50	1,70	2,12	1,39	1,60
120	2,17	2,96	2,01	2,66	1,83	2,34	1,61	1,95	1,25	1,38
∞	2,09	2,80	1,94	2,51	1,75	2,18	1,52	1,79	1,00	1,00

Corrigé du TD 4 en contrôle de gestion

I- Programme linéaire et stocks de régulation

1- Programme linéaire

Max Z = 50 A + 70 B

/ 1/6 A + 1/5 B ≤ 200
1/4 A + 1/8 B ≤ 300
A ≤ 800
B ≤ 900

2- Détermination des quantités A et B

	A	B	E1	E2	E3	E4	Z
Z	50	70	0	0	0	0	0
E1	0,167	0,2	1	0	0	0	200
E2	0,25	0,125	0	1	0	0	300
E3	1	0	0	0	1	0	800
E4	0	**1**	0	0	0	1	900

	A	B	E1	E2	E3	E4	Z
Z	50	0	0	0	0	-70	-63000
E1	**0,167**	0	1	0	0	-0,2	20
E2	0,25	0	0	1	0	-0,125	187,5
E3	1	0	0	0	1	0	800
B	0	1	0	0	0	1	900

	A	B	E1	E2	E3	E4	Z
Z	0	0	-300	0	0	-10	-69000
A	1	0	6	0	0	-1,2	120
E2	0	0	-1,5	1	0	0,175	157,5
E3	0	0	-6	0	1	1,2	680
B	0	1	0	0	0	1	900

A = 120 unités ; B = 900 unités

3- Stocks de régulation du produit A

La quantité à produire par mois du produit A est de 120 unités ; La quantité à produire par trimestre est de 120*3 = 360 unités. Compte tenu des ventes et des productions prévisionnelles par trimestre du produit A, les stocks de régulation sont les suivants :

Trimestre	Prévision de la vente	Prévision de la production	Stock de régulation
1	300	360	60
2	250	360	170
3	500	360	30
4	370	360	20

Interprétation

Le principe étant d'égaler production et vente sur l'année (avoir un stock final nul), l'entreprise doit soit augmenter légèrement les ventes, soit diminuer légèrement la production, soit enfin augmenter légèrement les ventes et diminuer légèrement la production simultanément. Le choix d'une action donnée dépend des opportunités du marché, des coûts de stockage, des coûts d'oisiveté du potentiel de production et des pertes potentielles sur contribution à la couverture des charges fixes.

II- Calcul et analyse des écarts sur budget de production

1- Ecarts sur charges indirectes

Eléments réels

Articles	Quantité réelle	Nombre réel d'heures-machine par article	Nombre total d'heures-machine
A	250	2	500
B	120	4	480
Total			980

Eléments budgétés

Articles	Quantité budgétée	Nombre budgété d'heures-machine par article	Nombre total d'heures-machine
A	200	2	400
B	200	3	600
Total			1000

Eléments préétablis

Articles	Quantité réelle	Nombre budgété d'heures-machine par article	Nombre total d'heures-machine
A	250	2	500
B	120	3	360
Total			860

Coefficient de correction = 860/1000 = 0,86

Ecart global = (19000+30700) - (30000+20000)*0,86 = 6700

Ecart sur rendement = 50000/1000*(980-1000*0,86) = 6000

Ecart sur activité = 20000*(1-980/1000) = 400

Ecart sur budget = (19000+30700)- ((980/1000)*30000 +20000) = 300

} Total = 6000+400+300 = 6700

2- Ecarts sur charges directes

Eléments	Quantité réelle	Quantité budgétée	Coefficient de correction
Produit A	250	200	250/200=1,25
Produit B	120	200	120/200=0,6

*** Produit A**

- Matière première

• Ecart global = (60*12)-(50*1,25*10) = 95

• Ecart sur quantité = 10*(60-50*1,25) = -25

• Ecart sur coût = 60*(12-10) = 120

} Total = -25+120=95

- Main d'œuvre directe

• Ecart global = (130*14)-(100*1,25*13) = 195

• Ecart sur quantité =13*(130-100*1,25) = 65

• Ecart sur coût =130*(14-13) = 130

} Total = 65+130 = 195

*** Produit B**

- Matière première

• Ecart global = (40*12)-(55*0,6*10) = 150

• Ecart sur quantité =10*(40-55*0,6) = 70

• Ecart sur coût = 40*(12-10) = 80

} Total = 70+80 = 150

- Main d'œuvre directe

• Ecart global = (46*16)-(80*0,6*15) = 16

• Ecart sur quantité = 15*(46-80*0,6) = -30

• Ecart sur coût = 46*(16-15) = 46

} Total = -30+46 = 16

Corrigé du TD 5 en contrôle de gestion

1. Budgétisation par quantités constantes

1.1. Sans stock de sécurité

La quantité économique $Q = \sqrt{\frac{2*CL*C}{CS}} = \sqrt{\frac{2*100*8000}{4*0,1}} = 2000$

Le nombre de commandes $N = \frac{C}{Q} = \frac{8000}{2000} = 4$

La budgétisation des approvisionnements se fait comme suit :

P	C	S	L	Nombre de jours : λ	(S/C)* λ	Date L sans SS	Date de commande sans SS
1	800	500	2000	31	(500/800)*31=19,375	20-janv	10-janv
2	1200	1700	0	28			27-févr
3	1800	500	2000	31	(500/1800)*31=8,611	09-mars	30-mars
4	2400	700	2000	30	(700/2400)*30=8,75	09-avr	30-avr
5	1000	300	2000	31	(300/1000)*31=9,3	10-mai	
6	800	1300	0	30			
1		500					
Total	8000		8000	181			

1.2. Avec stock de sécurité

Le stock de sécurité SS se calcule selon le cas où seul le délai d'approvisionnement est incertain. Ainsi, $V(C)= V(c*d)= c^2*V(d)$; c (consommation par mois) $= \frac{8000}{6}$; Nombre de jours moyen par mois $= \frac{181}{6} = 30,167$: $c^2 = (\frac{8000}{6})^2 = 1777777,78$; $V(d) = (\frac{2,61}{30,167})^2 = 0,00748543$; $V(C)= 1777777,78*0,00748543 = 13307,432$; $\sigma(C) = \sqrt{13307,432} = 115,358$;

En utilisant la table de l'écart réduit, $Z \Rightarrow 2\alpha = 0,035*2=0,07$; $Z = 1,812$;

SS=115,358*1,812 = 209 unités.

La budgétisation des approvisionnements peut se faire alors selon deux approches :

- En retranchant du délai de livraison sans stock de sécurité la durée correspondant au stock de sécurité par rapport à la consommation ;
- En appliquant la formule $\frac{(S-SS)}{C} * \lambda$

1.2.1. En retranchant du délai de livraison sans stock de sécurité la durée correspondant au stock de sécurité par rapport à la consommation

P	C	S	$S_t - C_t$	L	Nombre de jours (λ)	(S/C)*λ (1)	(209/C)* λ (2)	(1)-(2)	Date L avec SS	Date de Comman de avec SS
1	800	500	-300<209	2000	31	19,375	8,099	11,276	12-janv	02-janv
2	1200	1700	500>209	0	28					24-févr
3	1800	500	-1300<209	2000	31	8,611	3,599	5,012	06-mars	28-mars
4	2400	700	-1700<209	2000	30	8,75	2,613	6,138	07-avr	23-avr
5	1000	300	-700<209	2000	31	9,3	6,479	2,821	03-mai	
6	800	1300	500>209	0	30					
1		500								
Total	8000			8000	181					

1.2.2. En En appliquant la formule $\frac{(S - SS)}{C} * \lambda$

P	C	S	L	Nombre De jours	$\frac{(S - SS)}{C} * \lambda$	Date L	Date de commande
1	800	500	2000	31	= [(500-209)/800]*31= 11,276	12-janv	02-janv
2	1200	1700	0	28			24-févr
3	1800	500	2000	31	= [(500-209)/1800]*31= 5,012	06-mars	28-mars
4	2400	700	2000	30	= [(700-209)/2400]*30= 6,138	07-avr	23-avr
5	1000	300	2000	31	= [(300-209)/1000]*31 =2,821	03-mai	
6	800	1300	0	30			
1		500					
Total	8000		8000	181			

2. Budgétisation par périodes constantes

2.1. Sans stock de sécurité

$R = \theta * \frac{Q}{C} = 181 * \frac{2000}{8000} = 45{,}25$ jours ; Pour simplifier le calcul, nous considérons que les premières livraisons sont espacées de 45 jours et la dernière de 46 jours. La date de la première livraison correspond à $\frac{S}{C} * \lambda = \frac{500}{800} * 31 = 19{,}375$ jours ≈ 20 janvier.

Période	C	S	L	Date L sans SS	Date de commande sans SS
1	800	500	=800*11/31+1200*28/28+6/31*1800 =1832,258	20-janv	10-janv
2	1200	1532,258	0		24-févr
3	1800	332,258	=1800*25/31+2400*20/30 =3051,613	06-mars	
4	2400	1583,871	=2400*10/30+1000*31/31+800*4/30 =1906,667	20-avr	10-avr
5	1000	1090,538	0		25-mai
6	800	90,538	=800*26/30+800*20/31 =1209,462	04-juin	
		500			
Total	8000		8000		

2.2. Avec stock de sécurité moyen en jours, soit (209/1333,33)*30,16j ≈ 5 j

P	C	S	L	Date L sans SS	Date L avec SS	Date de commande avec SS
1	800	500,000	1832,258	20-janv	15-janv	05-janv
2	1200	1532,258	0			19-févr
3	1800	332,258	3051,613	06-mars	01-mars	
4	2400	1583,871	1906,667	20-avr	15-avr	05-avr
5	1000	1090,538	0		30-mai	20-mai
6	800	90,538	1209,462	04-juin		
		500				
Total	8000		8000			